

Ecuția de gradul 2

1. Se consideră ecuația $2x^2 + x + 3 = 0$. Să se calculeze:
 - a) $x_1 + x_2, x_1 \cdot x_2, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}, x_1^2 + x_2^2, \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}, x_1^3 + x_2^3$.
 - b) $E = \frac{x_1^4 + x_1^3}{x_1^2 + 1} + \frac{x_2^4 + x_2^3}{x_2^2 + 1}$.
 - c) $F = \frac{x_1^3 + x_1^2}{x_2 + 1} + \frac{x_2^3 + x_2^2}{x_1 + 1}$.
2. Se consideră ecuația $x^2 + x + m - 3 = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$.
 - a) Să se determine m pentru care ecuația nu are rădăcini reale.
 - b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $2(x_1 + x_2) - 3x_1 \cdot x_2 = 10$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației.
 - c) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$.
 - d) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $x_1 - x_2 = 3$.
 - e) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $|x_1 - x_2| = 1$.
 - f) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $x_1^2 + x_2^2 = 5$.
 - g) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $x_1^3 + x_2^3 = 10$.
 - h) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că ecuația admite două rădăcini de semne contrare.
 - i) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că $x_1 > 0, x_2 > 0$.
3. Se consideră ecuația $(m - 1)x^2 + (2m + 1)x + m - 3 = 0$, unde $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 - a) Să se determine m pentru care ecuația are două rădăcini reale distincte.
 - b) Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ astfel încât $x_1^2 + x_2^2 = -5$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației.
 - c) Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ astfel încât $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > -3$.
 - d) Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ astfel încât $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.
4. Se consideră ecuația $(m + 2)x^2 - (2m - 1)x + m - 1 = 0$, unde $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
 - a) Să se determine m pentru care ecuația are două rădăcini reale distincte.
 - b) Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ astfel încât $x_1^2 + x_2^2 = 13$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației.
 - c) Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ astfel încât $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq 1$.
 - d) Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ astfel încât $x_1 \leq 0, x_2 \leq 0$.
5. Se consideră ecuația $(m - 2)x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$, unde $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 - a) Să se determine m pentru care ecuația are două rădăcini reale distincte.
 - b) Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ astfel încât $x_1^2 + x_2^2 = 1$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației.
 - c) Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ astfel încât $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 1$.
 - d) Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ astfel încât $x_1 < 0 < x_2$.

6. Se consideră ecuația $(m - 3)x^2 - (2m - 4)x + m = 0$, unde $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- Să se determine m pentru care ecuația are două rădăcini reale distincte.
 - Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ astfel încât $x_1^2 + x_2^2 = 4$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației.
 - Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ astfel încât $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq 1$.
 - Să se determine $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ astfel încât $x_1 < 0$, $x_2 < 0$.
7. Să se discute natura și semnul rădăcinilor ecuațiilor:
- $(m + 2)x^2 + (2m - 4)x + m - 1 = 0$.
 - $(m - 1)x^2 - (2m - 1)x + m - 3 = 0$.
8. Să se rezolve următoarele sisteme de ecuații simetrice:
- $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 3 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ x + y = 5 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ x^2 + xy + y^2 = 3 \end{cases}$
9. Să se rezolve următoarele sisteme de ecuații omogene:
- $\begin{cases} x^2 - xy + 2y^2 = 16 \\ x^2 + xy = 4 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x^2 + 2xy + 3y^2 = 2 \\ 2x^2 - xy + y^2 = 4 \end{cases}$
 - $\begin{cases} 3x^2 - 2xy + y^2 = 17 \\ x^2 - 3xy - 2y^2 = 4 \end{cases}$
10. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $(m - 2)4^x + (2m - 3)2^{x+1} + 5m - 6 = 0$ are o singură soluție reală.
11. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $4^x + m \cdot 2^{x+1} - m - 2 = 0$ are o două soluții reale.
12. Se consideră ecuația $a \cdot 9^x + (2a + 1) \cdot 3^x + a = 0$. Aflați $a \in \mathbb{R}^*$ pentru care:
- Ecuația are o singură soluție reală.
 - Ecuația are două soluții reale.
13. Se consideră ecuația $(m - 3)4^x - (m - 2) \cdot 2^{x+1} + m = 0$. Aflați $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ pentru care:
- Ecuația are o singură soluție reală.
 - Ecuația are două soluții reale.